

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ
ПЛОЩ НА ПЛАНАХ І КАРТАХ

О. Я. Кравець

Івано-Франківський НТУ нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна

Розглянуто методи та точність визначення площ на планах і картах. Запропоновано формулу для оцінки точності визначення площ замкнених криволінійних контурів методом числового інтегрування по прямокутній сітці. Виконано експериментальні розрахунки точності визначення площ по прямокутній сітці. Визначено залежність відносної середньої квадратичної похибки від кількості точок, що попадають в криволінійний контур. Рекомендовано використовувати геостатистичну формулу для попереднього розрахунку точності залежно від кількості вузлів прямокутної сітки.

Ключові слова: площа, точність, числове інтегрування, теорія геостатистики, середня квадратична похибка.

Вступ. Визначення площ земельних ділянок на планах і картах є однією з найпоширеніших геодезичних та землепорядних задач під час складання кадастрових планів сільськогосподарських угідь, у лісовпорядкуванні, екології, геології.

Найточнішим методом визначення площ є аналітичний метод, коли площу визначають за координатами контурних точок. Точність визначення площі у цьому випадку залежить від точності визначення координат і кількості контурних точок. Відносна помилка аналітичного методу становить приблизно 0,1 % (Baran, 2012; Levchuk, Novak, & Konusov, 1981; Maslov, 1976; Markiz et al., 1973). Так визначають площі переважно на електронних картах. На паперових носіях площі визначають графічним методом.

При використанні графічного методу, коли ділянку поділяють на прості геометричні фігури (трикутники, трапеції), і площу кожної ділянки обчислюють за відомими геометричними формулами, відносна похибка визначення площі становить 1-2 %.

При визначенні площ ділянок, обмежених криволінійним контуром на плані, площі визначають за допомогою планіметра з відносною похибкою 1-2 % або з допомогою палеток.

Використовують квадратні, лінійні, точкові палетки – прозорі основи з нанесеними квадратами або паралельними лініями.

Рекомендуємо використовувати точкову палетку, коли площу визначають за кількістю вершин квадратів, які потрапили в контур. У цьому методі площу визначають за формулою

$$S = h^2 \cdot n, \quad (1)$$

де: n – кількість точок, які потрапили в контур; h – розмір квадратної сітки.

Інтуїтивно зрозуміло, що точність визначення площ у цьому методі буде залежати від кількості точок, які потрапили в контур. Теоретичне обґрунтування цього можна зробити на основі статистичних досліджень.

Мета дослідження – дослідити точність визначення площ на планах і картах на основі теорії геостатистики.

Методика дослідження. Запропоновано виконувати оцінку точності визначення площ на основі теорії геостатистики (Mat'eron, 1968).

Одним з основних понять геостатистичної теорії є просторова змінна, яку розглядають як реалізацію випадкової функції. Математичний апарат теорії просторових змінних утворений виходячи з теорії випадкових функцій. При цьому не роблять ніяких припущень про природу досліджуваних явищ.

Для обчислення відносної дисперсії визначення площ шляхом інтегрування по прямокутній сітці, виходячи з теорії геостатистики, пропонуємо використовувати таку формулу

$$\frac{m^2}{S^2} = \sqrt{\frac{D_1 D_2}{S}} \cdot \frac{1}{n^{3/2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{6} + 0,06 \frac{1}{\lambda^{3/2}} \right), \quad (2)$$

де: D_1, D_2 – діаметральні варіації або, іншими словами, проекції контуру, площу якого визначають, на два взаємно перпендикулярні напрямки (довжину та ширину); n – кількість точок, які потрапили в контур; S – площа контуру; m – середня квадратична похибка визначення площі; $\lambda = \frac{D_1}{D_2} \leq 1$.

Формула (2) визначає основну частину дисперсії обчислення площ по прямокутній сітці. У цій формулі ніяких умов щодо форми контурів не ставлять.

Результати дослідження. Для перевірки формули (2) виконано експериментальні дослідження, а саме – визначення площ контурів, які наведено на рис. 1, по квадратній сітці.

Площу кожного контуру визначено чотириразово із зміщенням і поворотом сітки та за різних розмірів сітки. Розмір квадрата сітки змінювався від $h=1$ м до $h=9$ м. Відносні середні квадратичні похибки визначення площ $\frac{ms}{S}$ обчислено за відхиленнями від значень площ, визначених при $h=1$ м. Теоретичні значення відносних похибок $\frac{ms}{S} T\%$ обчислено за формулою

(2). Результати дослідження наведено в табл. та на рис. 2.

Результати, наведені в таблиці, показують, що точність визначення площ залежить від кількості точок, які потрапили в контур. Точність, розрахована за геостатистичною формулою (2), дещо нижча порівняно з фактичними результатами. І це зрозуміло, тому що формула є наближеною і містить основну частину дисперсії оцінки площі. Її можна використовувати для

попередньої оцінки точності з метою визначення щільності сітки залежно від потрібної точності визначення площ.

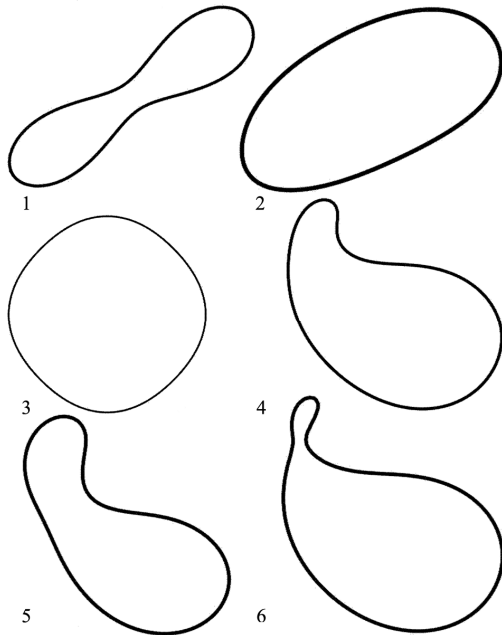


Рис. 1. Досліджувані контури

Метод інтегрування по квадратній сітці або метод точкових палеток має перевагу порівняно з іншими наближеними методами. Він менш трудомісткий, ніж метод квадратних чи лінійних палеток. Вимірювання полягають тільки у підрахунку кількості точок, що потрапили в контур.

Для підвищення точності можна збільшити щільність сітки або зробити повторні виміри зі зміщенням і поворотом сітки відносно контуру.

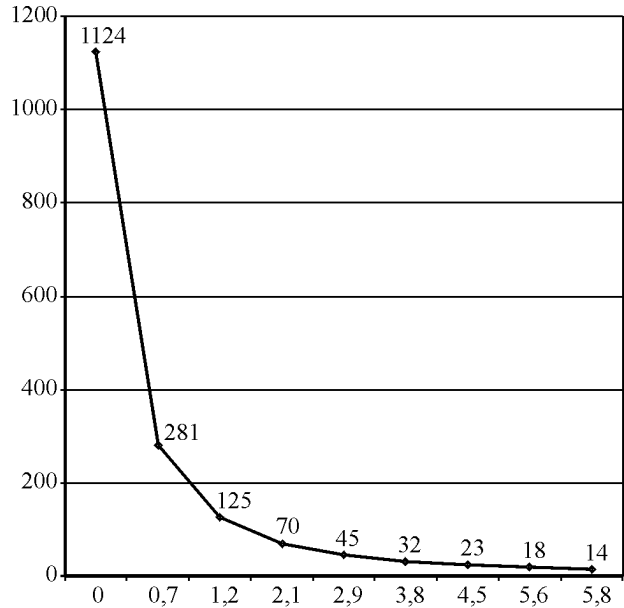


Рис. 2. Залежність відносної середньої квадратичної похибки від кількості точок, що потрапляють у контур

На рис. 2 наведено залежність відносної середньої квадратичної похибки визначення площі (горизонтальна вісь) від кількості точок, що потрапляють в контур № 1 (вертикальна вісь). Аналогічна залежність існує і для інших контурів.

Табл. Визначення відносних похибок обчислення площ

Контур 1				Контур 2				Контур 3			
<i>h</i>	<i>n</i>	$\frac{m_s}{S} \%$	$\frac{m_s}{S} T\%$	<i>h</i>	<i>n</i>	$\frac{m_s}{S} \%$	$\frac{m_s}{S} T\%$	<i>h</i>	<i>n</i>	$\frac{m_s}{S} \%$	$\frac{m_s}{S} T\%$
1	1124	0	0	1	1088	0	0	1	6269	0	0
2	281	0,2	0,7	2	272	0,2	0,7	2	1567	0	0,1
3	125	0,8	1,2	3	121	0,8	1,4	3	696	0,1	0,4
4	70	1,0	2,1	4	68	0,8	2,2	4	392	0,2	0,6
5	45	1,7	2,9	5	43	2,1	2,8	5	250	0,3	0,8
6	32	3,2	3,8	6	30	3,2	3,7	6	174	0,6	1,0
7	23	4,0	4,5	7	22	4,8	5,0	7	125	0,8	1,4
8	18	5,0	5,6	8	17	5,7	6,3	8	98	1,2	1,6
9	14	5,8	5,8	9	13	6,6	7,1	9	76	1,5	1,9
Контур 4				Контур 5				Контур 6			
1	1967	0	0	1	1139	0	0	1	1481	0	0
2	491	0,1	0,3	2	285	0,5	0,7	2	370	0,2	0,4
3	218	0,2	0,6	3	126	0,8	1,2	3	164	0,3	0,6
4	123	0,8	1,4	4	71	0,8	2,4	4	92	0,8	1,6
5	79	1,3	1,6	5	45	1,6	2,9	5	88	1,0	1,7
6	54	1,6	2,5	6	32	3,0	3,8	6	41	2,6	3,1
7	40	2,8	3,1	7	24	3,8	4,5	7	30	3,0	3,8
8	31	3,2	3,8	8	18	4,7	5,6	8	23	3,6	4,5
9	24	4,0	4,5	9	14	6,5	7,7	9	18	4,2	5,1

Висновки. Виконані дослідження дають підстави рекомендувати метод інтегрування по квадратній сітці (метод точкових палеток) для визначення площ криволінійних контурів на планах і картах. Для попереднього розрахунку точності з метою визначення щільності квадратної сітки, залежно від потрібної точності визначення площ, запропоновано використовувати формулу (2), отриману на основі теорії геостатистики.

вати формулу (2), отриману на основі теорії геостатистики.

Перелік використаних джерел

Baran, P. I. (2012). *Inzhenerna geodezija*. Kyiv: PAT VIPOL, p. 618. [In Ukrainian].
 Levchuk, G. P., Novak, V. E., & Konusov, V. G. (1981). *Prykladnaja geodezija*. Moscow: Nedra, p. 433. [In Ukrainian].

- Markiz, M. A. et al. (1973). *Spravochnik po zemleustrojstvu*. Kyiv: Urozhaj, p. 312. [In Russian].
- Mat'eron, Zh. (1968). *Osnovy prikladnoj geostatistiki*. Moscow: Mir, p. 410. [In Russian].
- Maslov, A. V. (1976). *Geodezicheskie raboty pri zemleustrojstve*. Moscow: Nedra, p. 360. [In Russian].

Е. Я. Кравец

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ НА ПЛАНАХ И КАРТАХ

Рассмотрены методы и точность определения площадей на планах и картах. Предложена формула для оценки точности определения площадей замкнутых криволинейных контуров методом числового интегрирования по прямоугольной сетке. Выполнены экспериментальные расчеты точности определения площадей по прямоугольной сетке. Определена зависимость относительной средней квадратической ошибки от количества точек, которые попадают в криволинейный контур. Рекомендуется использовать геостатистическую формулу для предварительного расчета точности в зависимости от количества узлов прямоугольной сетки.

Ключевые слова: площадь, точность, числовое интегрирование, теория геостатистики, средняя квадратическая ошибка.

О. Ya. Kravets

THE RESEARCH OF THE ACCURACY OF AREA DETERMINATION ON PLANS AN MAPS

Determining land areas on the plans and maps is one of the most common surveying and land management problems in the preparation of cadastral plans of agricultural land, forest inventory, ecology and geology. Although there are various methods of determining land area, the need to provide accuracy of determining still exists. Thus, the study aims at determining the accuracy of land areas on the basis of geostatistics theory. The authors suggest executing the estimation of accuracy of areas determination on the basis of the theory of geostatistics of J. Mat'eron. One of the basic concepts of the theory is a spatial variable that is considered as the realisation of random function. The mathematical apparatus of the theory of spatial variables was formed arising from the theory of random functions. The authors have obtained the following results. Firstly, a formula for the estimation of accuracy of closed curvilinear contour areas determination by the method of numerical integration on rectangular grid is offered. Secondly, the experimental calculations of precision of areas determination on rectangular grid are executed. The dependence of a relative mean quadratic error on the amount of points, that get in a curvilinear contour, is defined. Finally, it is recommended to use a geostatistical formula for the previous calculation of accuracy, depending on the number of rectangular grid. Thus the conclusions are as follows. The executed researches allow us to recommend the method of integration on a square grid (method of point reticulations) for determination of areas of curvilinear contours on plans and maps. For the previous calculation of accuracy with the aim of determination of density of the square grid, depending on necessary accuracy of areas determination, it is suggested using formula (1) obtained on the basis of the theory of geostatistics.

Keywords: an area; accuracy; numerical integration; theory of geostatistics; mean quadratic error.

Інформація про автора:

О. Я. Кравець, канд. техн. наук, доцент, Івано-Франківський НТУ нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна.
E-mail: kravlya@mail.ru