

Представляючи функціонал m -го СЕ у вигляді складної функції $F_m = F_m[\bar{U}_m]$ або $F_m = F_m[\bar{U}_{mN}, \bar{U}_{mL}]$ і враховуючи (47), (49), отримаємо

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{mL}^* &= \frac{dF_m}{d\bar{U}_{mL}} = \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial \bar{U}_{mL}} \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} + \frac{d\bar{U}_{mN}}{d\bar{U}_{mL}} \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial \bar{U}_{mN}} \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} = G_{mL}^* \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} - G_m^* G_{mN}^* \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} = \\ &= (G_{mL}^* - G_m^* G_{mN}^*) \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} = Q_m \frac{dF_m}{d\bar{U}_m} = Q_m \bar{\phi}_m^*, \end{aligned} \quad (50)$$

де $Q_m = G_{mL}^* - G_m^* G_{mN}^*$ (51)

прямокутна матриця розмірності 4×6 , що забезпечує виконання умов Неймана при переході від вектора-стовпця $\bar{\phi}_m^*$ до вектора-стовпця $\bar{\phi}_{mL}^*$ розмірності 4.

Аналогічно, представляючи вектор-стовпець $\bar{\phi}_m^*$ у вигляді $\bar{\phi}_m^* = \bar{\phi}_m^*[\bar{U}_m^*]$ або $\bar{\phi}_m^* = \bar{\phi}_m^*[\bar{U}_{mN}^*, \bar{U}_{mL}^*]$ і враховуючи (45), (48), (50), одержимо квадратну матрицю розмірності 4×4 вигляду

$$\begin{aligned} \phi_{mL} &= \frac{d\bar{\phi}_{mL}^*}{d\bar{U}_{mL}^*} = \frac{d(Q_m \bar{\phi}_m^*)}{d\bar{U}_{mL}^*} = Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_{mL}^*} = Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_m^*} \frac{\partial \bar{U}_m^*}{\partial \bar{U}_{mL}^*} + Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_m^*} \frac{\partial \bar{U}_m^*}{\partial \bar{U}_{mN}^*} \frac{d\bar{U}_{mN}^*}{d\bar{U}_{mL}^*} = \\ &= Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_m^*} G_{mL} - Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_m^*} G_{mN} G_m = Q_m \frac{d\bar{\phi}_m^*}{d\bar{U}_m^*} (G_{mL} - G_{mN} G_m) = Q_m \phi_m Q_m^*, \end{aligned} \quad (52)$$

де $Q_m^* = G_{mL} - G_{mN} G_m$ (53)

матриця, транспонована відносно матриці Q_m .

Матриці Q_m , Q_m^* у виразі (52) забезпечують виконання граничних умов Неймана при переході від матриці ϕ_m до матриці ϕ_{mL} при наявності в m -му СЕ вузлів з граничними умовами Неймана. Оскільки матриця ϕ_m симетрична, то, згідно з (52), матриця ϕ_{mL} також симетрична.

Внесок кожного m -го СЕ, який має вузли з граничними умовами Неймана, у вектор нев'язок $\bar{\phi}^*$ і матрицю Якобі ϕ на кожній ітерації визначається відповідно з $\bar{\phi}_{mL}^*$ і ϕ_{mL} за правилами, встановленими раніше для внутрішніх СЕ.

Література

1. Дышовый Р.В. Расчет статического магнитного поля в неявнополюсных электрических машинах дифференциальным сеточным методом : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук / Р.В. Дышовый. – Львов, 1983. – 18 с.
2. Карашецкий В.П. Кубатурні формули чисельного інтегрування за площею трикутника на основі інтерполяційних повних поліномів // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2007. – Вип. 17.7. – С. 275-280.
3. Silvester P. Efficient techniques for finite element analysis of electric machines / P. Silvester, H.S. Cabayan, B.T. Browne // IEEE Trans. PAS. – 1973. – Vol. 92, № 4. – Pp. 1274-1281.

Надійшла до редакції 30.06.2016 р.

Дмитрусь М.И., Карашецкий В.П. Расчет двумерных статических безвихревых тепловых полей методом конечных элементов

Выведены основные формулы метода конечных элементов для краевой задачи расчета двумерных статических безвихревых тепловых полей в областях, заполненных нелинейными безгистерезисными анизотропными средами с использованием лагранжевых треугольников 1-4 порядков, кубатурных формул численного интегрирования и с уче-

том граничных условий Неймана и Дирихле. Рассмотрен алгоритм определения вклада каждого конечного элемента в вектор невязок и матрицу Якоби нелинейной системы уравнений, которая решается методом Ньютона.

Ключевые слова: безвихревое тепловое поле, теплопроводность, лагранжевый треугольник, метод конечных элементов, кубатурные формулы, граничные условия, метод Ньютона.

Dmytrus M.I., Karashetsky V.P. Calculation of Two-dimensional Static Non-eddy Thermal Fields of the Finite Element Method

The results of our research provide basic formulas of the finite element method for boundary value problem calculating of two-dimensional static non-eddy thermal fields filled with nonlinear without hysteresis anisotropic environments using Lagrangian triangles 1-4 order, cubature formulas of numerical integration and with considering of boundary conditions of Neumann. Dirichlet was obtained. The algorithm determining the contribution of each finite element in the vector of residuals and matrix Jacobi nonlinear system of equations solved by Newton's method was considered.

Keywords: non-eddy thermal field, thermal conductivity, Lagrangian triangle, finite element method, cubature formula, boundary conditions, Newton's method.

УДК 621.325:669.539.43

ТРИВИМІРНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ЇХ ФРАКТАЛЬНИХ РОЗМІРНОСТЕЙ

І.М. Журавель¹, В.М. Максимович²

Оптичні мікроскопи вже давно набули застосування у різних галузях – від медицини і біології до неруйнівного контролю на виробництві. Доступність цифрових відеокамер призвела до появи нового класу задач, пов'язаних з оптичними мікроскопами. Насамперед потрібно виділити завдання автоматичного аналізу мікрозображень. Розвиток комп'ютерної техніки призвів до можливості вирішення одного з найважливіших завдань автоматичного аналізу – побудови тривимірних моделей об'єктів за їх зображеннями. Запропоновано підхід до побудови тривимірних зображень шляхом використання фрактальних розмірностей. Основною перевагою запропонованого методу є те, що для побудови рельєфу поверхні використовують тільки одне зображення.

Ключові слова: оброблення зображень, 3D моделювання, фрактальна розмірність, морфометрична карта.

Вступ. Різноманітні дослідження в галузях матеріалознавства, медицини, архітектури, побудова систем "віртуальної реальності", наприклад тренажерів транспортних засобів, потребують об'ємного представлення тривимірних об'єктів. Звичайно, що таке тривимірне представлення є уявним, оскільки реалізується, здебільшого, на двовимірній площині дисплея монітора. Але, незважаючи на це, воно є більш зручним для сприйняття людиною та дає змогу виявити такі особливості об'єкта, які невидимі при його двовимірному представленні. Зважаючи на зазначене вище, можна стверджувати, що задача тривимірного представлення об'єктів є актуальною.

Аналіз відомих підходів та постановка задачі. Підходів до вирішення цієї задачі є багато. Серед них виділимо найвідоміші – метод побудови триви-

¹ ст. наук. співроб. І.М. Журавель, канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка";

² проф. В.М. Максимович, д-р техн. наук – НУ "Львівська політехніка"

мірних моделей реальних об'єктів через використання стереозображень та метод реконструкції на основі аналізу різнофокусних зображень. Спільною рисою названих підходів є те, що для побудови тривимірного представлення об'єкта потрібна серія з двох чи більше зображень.

Проте існують випадки, коли потрібно реалізувати тривимірне представлення об'єкта на основі тільки одного його зображення. У роботі [1] запропоновано метод побудови морфометричних карт профілю поверхні зламу матеріалу на основі одного фрактографічного зображення. Ідея підходу полягає в такому. Комп'ютерна побудова тривимірних сцен ґрунтується на аналізі контрастності локальних ділянок зображення реконструйованої поверхні. Вхідне зображення містить ділянки з різним рівнем контрастності. Ділянки з високою контрастністю можна інтерпретувати як локальні області, які потрапили у фокус об'єктива мікроскопа. Ділянки з низькою контрастністю інтерпретують як розфокусовані, тобто такі, що не знаходяться у фокальній площині об'єктива. Рівень розфокусованості свідчить, наскільки локальна ділянка віддалена від фокуса об'єктива мікроскопа та кількісно може бути оцінена контрастністю цієї ділянки. Віддаленість від фокуса об'єктива мікроскопа надає інформацію про глибину профілю досліджуваної локальної ділянки.

За параметр, який аналізує розмиття локальної ділянки зображення та використовується для побудови глибини профілю, використано локальний контраст. Проте неправильний вибір розміру апертури локальної ділянки зображення може призвести до втрат деталізації під час проведення її аналізу. Для оцінки контрастності зображення або рівня розфокусованості стосовно нашої задачі можна використовувати фрактальну розмірність [2]. Такий підхід розширює можливості аналізу зображень з невеликими за розмірами структурними складовими елементами.

Розглянемо поняття фрактальної розмірності детальніше. При описі властивостей фрактала важливу роль відіграє така характеристика як його розмірність. На рівні інтуїції розуміємо, що у евклідовому просторі лінія має розмірність 1, квадрат – 2, а куб – 3. Чи існує спосіб обчислити це число? Розглянемо це на прикладі. Нехай необхідно покрити квадрат S , довжина сторони якого рівна 1.

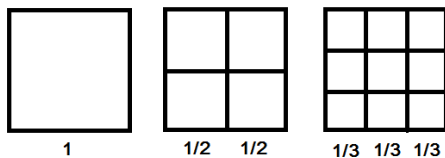


Рис. 1. Обчислення фрактальної розмірності на основі квадрата

Щоб покрити вхідне зображення, потрібно один блок з довжиною сторони, рівною 1, $2^2 = 4$ блока з довжиною сторони рівною $1/2$, $3^2 = 9$ блоків з довжиною сторони, яка рівна $1/3$ і т.д. Нехай $N_s(1/n)$ – це число блоків з однієї сторони, яка рівна $1/n$, що потрібно для того, щоб покрити квадрат. Легко побачити, що це число рівне

$$N_s(1/n) = n^2. \tag{1}$$

Розмірність квадрата, яка рівна 2, міститься в показнику степеня у правій частині рівняння. Цю розмірність можна виразити так:

$$d = 2 = \ln(N_s(1/n)) / \ln(n). \tag{2}$$

Зазначимо, що ліва частина рівняння (2) не залежить від n , а отже, і права частина не залежить теж. Зокрема, для множини A можна визначити її розмірність d_A так:

$$d_A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(N_A(1/n))}{\ln(n)}, \tag{3}$$

де $N_A(1/n)$ – кількість блоків з довжиною сторони $1/n$, яке необхідне для того, щоб покрити множину A .

Способи визначення фрактальної розмірності зображення. Існують різні методи обчислення фрактальної розмірності. Найбільш вживаними є клітинний та крапковий [3]. В основі цих методів лежить оцінка площі фрактальної фігури для різних значень кроку вимірювання, а відрізняються вони тільки способом обчислення цієї оцінки. Наприклад, крапковий метод визначення фрактальної розмірності припускає первісну дискретизацію вхідного зображення матрицею комірок (пікселів зображення). Далі підраховують імовірність $P(m, L)$ попадання в клітку зі стороною L (в комірках), у центрі якої знаходиться комірка, що належить фрактальній фігурі, для $m = 1: L^2$. Оцінка площі фрактальної фігури визначається за формулою

$$\langle N(L) \rangle \geq \frac{M}{m} \sum_{m=1}^{L^2} P(m, L), \tag{4}$$

де M – загальна кількість комірок, що належать фрактальній фігурі. Наступні обчислення фрактальної розмірності виконують за загальною для всіх методів схемою, яку описано вище.

Найбільш подібним до описаного вище є клітинний метод. Згідно з цим методом вхідне зображення фрактала покривають сітками з квадратними клітками із різними значеннями кроку сітки, що залежить від етапу вимірювання, і підраховують кількість кліток, що покривають досліджувану фрактальну фігуру для кожного кроку виміру. Далі визначають фрактальну розмірність зображення як тангенс кута нахилу прямої, яка отримана внаслідок апроксимації отриманого набору точок за допомогою методу найменших квадратів.

Оскільки у більшості випадків вхідними є напівтонові чи кольорові зображення, а фрактальні розмірності обчислюються тільки за бінарними, то це створює певні труднощі. Одна з них полягає у виборі оптимального порогу бінаризації для перетворення зображення у бінарне [4].

Для усунення цього недоліку в [1] запропоновано підхід до обчислення фрактальних розмірностей на основі напівтонового зображення. Згідно з цим підходом фрактальна розмірність обчислюється за виразом

$$D(i, j) = \frac{\lg S(i, j)}{\lg m}, \quad (5)$$

де $S(i, j) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sqrt{(L(i, j) - L(i+1, j))^2 + (L(i, j) - L(i, j+1))^2 + 1}$ – площа поверхні локального околу, утворена значеннями інтенсивності.

Ще одна важлива перевага розглянутого в [1] методу полягає у тому, що беручи до уваги всі локальні перепади рівнів інтенсивностей, площа поверхні фрактальної фігури визначається точніше, отже, і фрактальна розмірність обчислюється більш коректно. У запропонованому підході, на відміну від відомих методів обчислення фрактальних розмірностей чи методів обчислення локальних контрастів у випадку, коли розміри локального околу не співмірні з розмірами об'єктів на зображенні, об'єкти не пропускаються, а деталізація аналізу не втрачається.

Отже, для оцінки розфокусованості зображень будемо використовувати метод обчислення фрактальних розмірностей з використанням поверхневого інтегралу, який видається виразом (5).

Побудова тривимірного представлення зображень з використанням фрактальних розмірностей. Основні кроки побудови тривимірного представлення зображень з використанням фрактальних розмірностей аналогічні до описаних у [1], де за параметр розфокусованості використовується локальний контраст:

- 1) на основі вхідного зображення L формуємо серію зображень L_1, L_2, \dots, L_k з рівним рівнем розфокусованості;
- 2) обчислюємо значення фрактальних розмірностей $Fr(i, j)$ для кожного зображення зі серії L_1, L_2, \dots, L_k ;
- 3) формуємо результуюче зображення L_{res} , в якому кожному пікселю (i, j) буде присвоєно значення інтенсивності, яке відповідатиме номеру зображення з серії L_1, L_2, \dots, L_k з найбільшим значенням фрактальної розмірності локального околу в точці з тими ж координатами. Рівні інтенсивностей у тривимірному сформованому зображенні L_{res} подають як глибину профілю.

Проведемо комп'ютерне моделювання запропонованого у роботі підходу згідно з описаними вище трьома основними кроками. За вхідне використаємо деяке фрактографічне зображення сталі 12X1MФ (рис. 2).

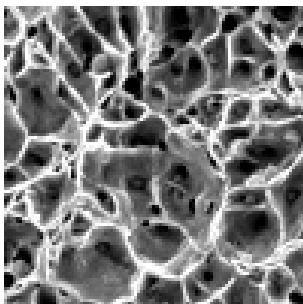


Рис. 2. Фрактографічне зображення сталі 12X1MФ

На рис. 3 представлено два зображення. На рис. 3, а зображено результати моделювання рельєфу поверхні за запропонованим у цій роботі методом з використанням фрактальних розмірностей. На рис. 3, б наведено результати моделювання цього ж рельєфу, але з використанням методу, який для оцінки рівня фокусування використовує локальні контрасти [1].

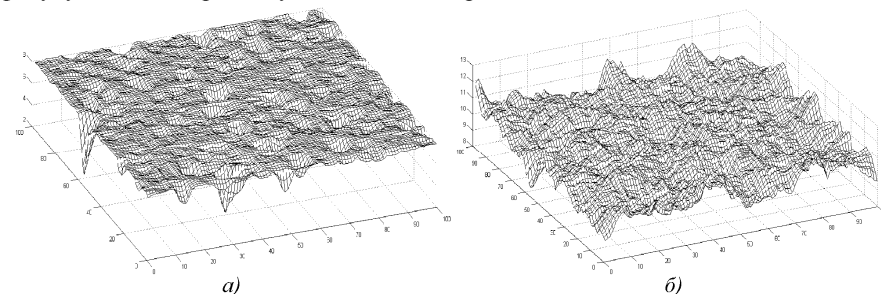


Рис. 3. Результати моделювання рельєфу поверхні сталі 12X1MФ: а) за запропонованим у роботі методом; б) за методом, запропонованим у [1]

Запропонований у цій роботі метод дає змогу моделювати рельєф будь-яких поверхонь, зокрема і поверхонь фрактографічних зламів сталей. Однією з важливих переваг запропонованого підходу є те, що використання фрактальних розмірностей для оцінювання розфокусованості дає змогу уникнути зашумленості під час формування поверхні, чого важко було досягнути за використання локальних контрастів. Другою важливою перевагою запропонованого підходу є те, що для побудови рельєфу поверхні використовується тільки одне вхідне зображення.

Щодо недоліків, то варто виділити такий. Як і у методі моделювання рельєфу з використанням локальних контрастів [1], запропонований метод забезпечує тільки побудову морфометричної карти профілю поверхні зламу матеріалу, що не дає змоги обчислювати геометричні параметри [5]. Отже, подальші дослідження в цьому напрямку можуть бути спрямованими на встановлення взаємозв'язку між оцінкою розмиття та глибиною профілю поверхні.

Література

1. Журавель І.М. Моделювання рельєфу поверхні матеріалу через аналіз локальних контрастів її зображення / І.М. Журавель // Відбір і обробка інформації : міжвідомч. зб. наук. праць. – Львів : Вид-во ФМІ ім. Г.В. Карпенка НАН України. – 2015. – № 42(118). – С. 24-35.
2. Журавель І.М. Обчислення фрактальних розмірностей з використанням поверхневого інтегралу / І.М. Журавель, Р.А. Воробель // Відбір і обробка інформації : міжвідомч. зб. наук. праць. – Львів : Вид-во ФМІ ім. Г.В. Карпенка НАН України. – 2007. – Вип. 26(102). – С. 95-98.
3. Журавель І.М. Використання локальних фрактальних розмірностей для виділення різнорозмірних об'єктів на зображенні / І.М. Журавель, Р.А. Воробель // Штучний інтелект : зб. наук. праць. – 2007. – Вип. 1. – С. 238-243.
4. Журавель І.М. Метод бінаризації металографічних зображень з оптимальним порогом / І.М. Журавель // Штучний інтелект : зб. наук. праць. – 2012. – № 4. – С. 142-147.
5. Аверкин А.Н. Формирование и визуализация 3D-изображений микрообъектов по серии видеок кадров с изменяемой фокусировкой / А.Н. Аверкин, А.С. Потапов, А.С. Рожков // Фотоника и оптоинформатика : сб. науч. тр. – 2011. – № 6(76). – С. 12-17.

Надійшла до редакції 11.07.2017 р.

Журавель И.М., Максимович В.М. Трехмерное представление изображений через использование их фрактальных размерностей

Оптические микроскопы уже давно нашли применение в различных областях – от медицины и биологии до неразрушающего контроля на производстве. Доступность цифровых видеокамер привела к появлению нового класса задач, связанных с оптическими микроскопами. В первую очередь следует выделить задачи автоматического анализа микроизображений. Развитие компьютерной техники привело к возможности решения одной из наиболее важных задач автоматического анализа – построения трехмерных моделей объектов по их изображению. Предложен подход к построению трехмерных изображений путем использования фрактальных размерностей. Основным преимуществом предложенного метода является то, что для построения рельефа поверхности используется только одно изображение.

Ключевые слова: обработка изображений, 3D моделирование, фрактальная размерность, морфометрическая карта.

Zhuravel I.M., Maksymovych V.M. Three-dimensional Representation of Images Using their Fractal Dimension

Optical microscopes have found their application in different areas a long time ago: from medicine and biology to non-destructive testing on manufacture. The availability of digital cameras initiated new classes of tasks related to optical microscopes. At first we must highlight tasks of the automatic analysis of microimages. The progress of computer technology allow us to solve one of the most important tasks of automatic analysis – constructing three-dimensional models of objects on an image. In the document proposed an solution to constructing three-dimensional images with using of fractal dimensions. One of the main advantages of this solution is that we need only one input image for construction the relief of surface.

Keywords: image processing, 3D modeling, local contrast, morphometric maps.

УДК 614.843(075.32)

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИВАЛОСТІ
ЛОКАЛІЗАЦІЇ І ГАСІННЯ ПОЖЕЖ НА ВІДКРИТИХ
СКЛАДАХ ПИЛОМАТЕРІАЛІВ ШТАБЕЛЬНОГО ЗБЕРІГАННЯ**

О.М. Коваль¹

Для визначення тривалості локалізації і гасіння пожеж на відкритих складах пиломатеріалів штабельного зберігання проведено експериментальні дослідження цього процесу. Дослідження виконано з використанням дробового факторного експерименту. Тривалість локалізації і гасіння пожежі досліджено залежно від площі локалізації, площі пожежі та кількості пожежних стволів А і Б. Отримані емпіричні моделі адекватні результатам експерименту і їх можуть використовувати на практиці пожежно-рятувальні підрозділи ДСНС.

Ключові слова: штабель пиломатеріалів, експериментальні дослідження, математична модель, процес локалізації, процес гасіння, пожежний ствол.

Постановка проблеми. На деревообробних підприємствах найбільш небезпечними спорудами є відкриті склади пиломатеріалів і склади круглих лісоматеріалів штабельного зберігання. Аналіз пожеж на деревообробних підприємствах [1-4] показав, що 64 % всіх пожеж відбувається на відкритих складах лісо- і пиломатеріалів. Тому експериментальні дослідження з тактики лока-

лізації та гасіння пожеж найбільш доцільно виконувати для визначення тривалості ліквідації пожежі на відкритих складах лісоматеріалів.

Стосовно ліквідації пожеж на відкритих складах лісоматеріалів розглянуто тільки аналіз їх ліквідації [5-7] та методики розрахунку сил і засобів [8]. Тому проведення експериментальних досліджень із ліквідації пожеж на відкритих складах лісоматеріалів є проблемною і актуальною задачею сучасності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основними елементами відкритих складів є штабелі. Склади круглих лісоматеріалів формуються штабелями круглого лісу (рис. 1), а склади пиломатеріалів – штабелями пиляної деревини (рис. 2).



Рис. 1. Склад круглих лісоматеріалів



Рис. 2. Склад пиломатеріалів

Результати теоретичних досліджень показали, що швидкість розповсюдження фронту пожежі на складі круглих лісоматеріалів приблизно у два рази менша порівняно зі складом пиломатеріалів. Наш висновок підтверджується результатами експериментальних досліджень ВНДІПО (Росія) [9]. Вже виконано значну кількість експериментальних досліджень із ліквідації пожеж у закритих приміщеннях промислових підприємств [10-12], результати яких використовують на практиці підрозділи ДСНС України. Крім цього, опубліковано багато робіт стосовно аналізу ліквідації пожеж у закритих виробничих будівлях, які дають змогу ефективно виконувати технологію гасіння пожеж у закритих виробничих цехах деревообробних підприємств. Результати аналізу останніх досліджень і публікацій свідчать, що відносно визначення тривалості виконання процесів локалізації і гасіння пожежі на відкритих складах лісоматеріалів у технічній літературі не наведено. Тому розв'язування цієї задачі за рахунок проведення експериментальних досліджень дасть змогу пожежно-рятувальним підрозділам прогнозувати свої можливості для оперативної ліквідації пожежі на відкритих складах лісоматеріалів.

Мета роботи. На підставі результатів експериментальних досліджень отримати математичні моделі для визначення часу локалізації і гасіння пожежі на складі пиломатеріалів.

Постановка задачі та її розв'язання. На тривалість локалізації і гасіння пожежі на складі пиломатеріалів впливають такі основні фактори:

- площа пожежі $S_{П}$, м²;
- площа локалізації пожежі $S_{лок}$, м²;
- кількість ручних пожежних стволів типу А, N_A ;
- кількість ручних пожежних стволів типу Б, N_B .

Виходячи з того, що тривалість ліквідації пожежі залежить від наведених факторів, ставимо задачу, яка полягає в отриманні математичних моделей для визначення часів локалізації $\tau_{лок}$ і гасіння τ_r пожежі такого виду

¹ докторант О.М. Коваль, канд. техн. наук – Національний університет цивільного захисту України