Given article is dedicated by the question of the methodology of development of multivariant models is considered for the systems of support of optimal decisions (ODSS) in a management. Multivariant models are the preparations of acceptance of optimal decisions intended for the rapid automated method in the management of organizations.

УДК 674.05.055 Аспір. Р.Р. Климаш; проф. В.В. Шостак, д-р техн. наук; доц. Л.О. Тисовський, канд. фіз.- мат. наук – НЛТУ України, м. Львів; викл. Л.М. Дорундяк; викл. А.В. Ляшеник, канд. техн. наук – Коломийський політехнічний колледж

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛЯ ШВИДКОСТЕЙ ЗАПИЛЕНОГО ПОТОКУ ПОВІТРЯ В ТРУБОПРОВОДІ ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНОЇ АСПІРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Побудовано повну систему рівнянь руху запиленого повітря в трубопроводі децентралізованої аспіраційної з автономними вентиляторами. Отримано вирази для визначення поля швидкостей запиленого потоку повітря. Виконано числовий аналіз задачі.

Значний вплив на роботу децентралізованої аспіраційної системи з автономними вентиляторами (ДАС з АВ) мають особливості руху пилоповітряної суміші у трубопроводах. Трубопровід – це циліндрична труба круглого поперечного перерізу, а запилений потік повітря можна змоделювати в'язкою рідиною (газом).

Виберемо систему координат таким чином, щоб вісь z була спрямована вздовж осі труби. Позначимо через A поперечний переріз труби площиною xy і через L контур, що обмежує A (рис. 1). Отже, L – коло радіуса R із центром у початку системи координат. Дослідимо рух повітря в трубі, припустивши, що лінії течії – прямі, які є паралельними до осі z, тобто іншими словами, із трьох компонент вектора швидкості $\vec{V}(u, \upsilon, w)$

$$u = 0,\ \upsilon = 0,\ w \neq 0\ .$$

Припустимо, в першому наближенні, що розглядається ізотермічний процес, тобто температура $T = const$.

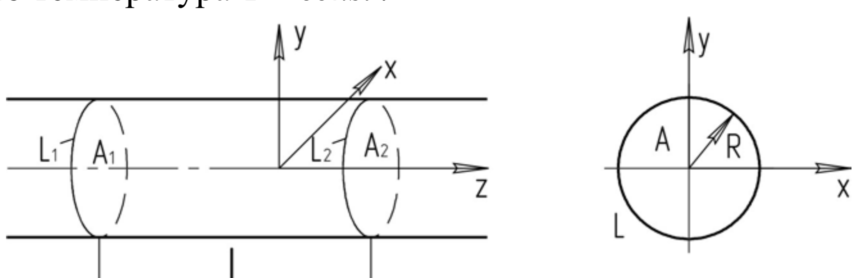

Рис. 1. До дослідження руху запиленого повітря у трубопроводі

Повна система рівнянь руху в'язкої рідини (газу) [1] складається із рівнянь нерозривності

$$div\vec{V} = 0 \tag{1}$$

і рівнянь Нав'є-Стокса:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} gradP + \nu\Delta\vec{V} \ . \qquad (2)$$

У розглядуваному випадку рівняння сильно спрощуються і в координатній формі мають вигляд:

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0; \ \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \ \frac{\partial P}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right), \qquad (3)$$

де: ρ – густина запиленого потоку повітря, кг/м^3; p – тиск газу, Па; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кінематичний коефіцієнт в'язкості; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості, Нс/м^2

Під час розрахунків приймається $\rho = 1,29\frac{кг}{м^3}$, $\mu = 0,00002\frac{Н \cdot с}{м^2}$.

Із рівнянь (3) безпосередньо випливає, що

$$W = W(x, y, t) \ \ p = p(z, t) \ . \qquad (4)$$

Систему рівнянь (3) можна звести до одного рівняння

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) - \rho\frac{\partial W}{\partial t}, \qquad (5)$$

Ліва частина цього рівняння є функцією $z, t,$ а права – функцією x, y, t. Це можливо лише тоді, коли кожна із частин рівняння є лише функцією часу t – у разі неусталеного руху, або постійною величиною – у разі усталеного руху.

Практика використання аспіраційних систем у деревообробній промисловості показує, що рух запиленого повітря в трубопроводі можна вважати усталеним, тобто якщо провести нормальні до осі труби перерізи, то у всіх таких перерізах розподіли швидкостей є однаковими, а тиск змінюється від перерізу до перерізу, залишаючись постійним у цьому перерізі.

Рівняння (5) в цьому випадку набуває такого вигляду:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) = C, \text{ де } C = -\frac{\Delta p}{l} \qquad (6)$$

є зміною тиску вздовж осі труби, віднесеної до одиниці довжини і називається перепадом тиску. Для того, щоб рух запиленого повітря відбувався, потрібно, щоб тиск у циліндрі зменшувався вниз по течії, тобто має бути $\Delta p > 0$. Для труби довільного перерізу, де рух може бути як прискореним, так і сповільненим, такого висновку зробити не можна.

Проінтегрувавши рівняння

$$\frac{\partial p}{\partial z} = C \ , \qquad (7)$$

отримаємо $p(z) = Cz + D$.

Таким чином, тиск повітря вздовж труби змінюється за лінійним законом і є постійним у поперечних перерізах труби.

Постійні інтегрування C і D визначимо, вимірявши значення тиску в двох довільних перерізах труби A_1, A_2:

$$D = p_1; \qquad C = \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\Delta p}{l},$$

де: p_1 – значення статичного тиску в перерізі A_1, Па; p_2 – значення статичного тиску в перерізі A_2, Па; l – відстань між перерізами, м.

Визначивши коефіцієнти, підставимо їх у рівняння (7). На основі отриманої залежності побудуємо графік *P(z)* (рис. 2) при роботі від одного до п'яти вентиляторів. Із рис. 2 видно, що зі збільшенням кількості ввімкнених вентиляторів у системі втрати тиску в кожній вітці збільшуються. Зазначимо, що для ДАС з АВ величина константу інтегрування залежить від кількості одночасно працюючих автономних вентиляторів і встановлюється для кожного конкретного випадку. У деяких випадках константи C і D можна визначити і через інші технічні характеристики, а саме через об'єм повітря, що проходить через трубу за одиницю часу, середню в перерізі або максимальну швидкості.

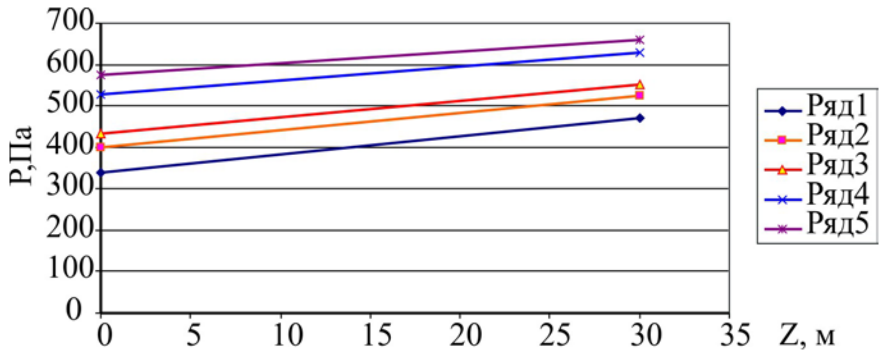

Рис. 2. Графік залежності величини перепаду тиску від довжини трубопроводу, за різної кількості одночасно працюючих вентиляторів у системі

Для визначення закону розподілу швидкостей потоку запиленого повітря в нерухомому трубопроводі з рівняння (6) отримуємо

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = -\frac{\Delta p}{\mu l}, \tag{8}$$

яке повинно задовольняти граничну умову (умову прилипання) на контурі L

$$W = 0.$$

Розв'язок отриманої граничної задачі для лінійного диференційного рівняння в частинних похідних будемо шукати у вигляді

$$W = A(R^2 - x^2 - y^2),$$

де R – радіус трубопроводу, м (приймемо R=0,15 м).

Підставивши останнє співвідношення у рівняння (8), після перетворень для невідомого коефіцієнта A, отримаємо

$$A = \frac{\Delta p}{4\mu l}.$$

Тобто закон розподілу швидкостей внаслідок руху запиленого повітря в круглому циліндричному трубопроводі має вигляд

$$W = \frac{\Delta p}{4\mu l}\left(R^2 - x^2 - y^2\right). \tag{10}$$

Із рівняння (10) видно, що профіль швидкостей у поперечному перерізі круглої труби представляє собою параболоїд обертання. Ця рівність справджується для ламінарного потоку повітря за числа Рейнольдса Re≤2320. Однак, якщо за наявності попередньо заспокоєного повітря обережно збільшувати швидкість, то можна перехід ламінарного потоку в турбулентний здійснити за Re=50000 [2]. Оскільки на сьогодні для турбулентного потоку не існує розв'язку в квадратурах для заданої зміни швидкості в поперечному перерізі труби, приймемо, що потік є ламінарним.

Максимальна швидкість досягається на осі трубопроводу за $x = y = 0$, причому

$$W_{\max} = \frac{\Delta p R^2}{4\mu l}. \tag{11}$$

Отже, вираз (10) можна записати таким чином:

$$W = W_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \tag{12}$$

де $$r^2 = x^2 + y^2.$$

Підставивши в рівняння (12) задані значення r в діапазоні 0…0,15, отримаємо значення поля швидкостей у перерізі трубопроводу, на основі яких побудуємо графік поля швидкостей при одному-п'яти працюючих вентиляторах (рис. 3).

Як видно із рис. 3 зі збільшенням кількості одночасно ввімкнених вентиляторів швидкість повітря в кожному трубопроводі зменшується.

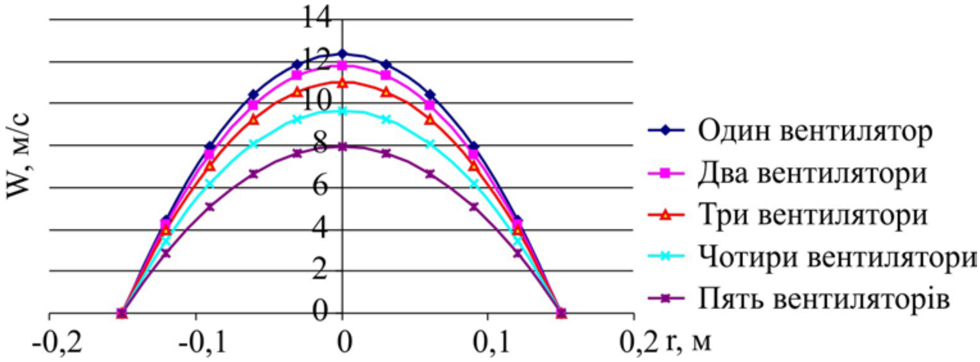

Рис. 3. Графік поля швидкості в перерізі трубопроводу за різної кількості одночасно працюючих вентиляторів у системі

Визначимо об'ємні витрати повітря Q, тобто об'єм повітря, що проходить через поперечний переріз трубопроводу за одиницю часу

$$Q = \iint_A W dA = W_{\max} \int_0^{2\pi}\int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr d\varphi = W_{\max} 2\pi \frac{R^2}{4} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu l}. \tag{13}$$

Таким чином, потік запиленого повітря задовольняє закон Хагена-Пуазейля: за усталеного ламінарного руху в'язкої рідини через циліндричну трубу об'ємні витрати за одиницю часу пропорційні перепаду тиску на одиниці довжини труби та четвертому степеню її радіуса. Зазначимо, що цей закон справедливий лише для усталеного руху, який відбувається в частині трубопроводу достатньо віддаленій від нагнітальних вентиляторів. У місцях приєднання вентиляторів до труби цей закон не виконується.

Підставивши в рівняння (13) значення втрат тиску Δp при роботі одного-п'яти вентиляторів, отримаємо значення продуктивності в одному й тому ж перерізі за різної кількості одночасно працюючих вентиляторів. Побудувавши залежність значення продуктивності в заданому перерізі від кількості одночасно ввімкнених вентиляторів (рис. 4), бачимо що зі збільшенням кількості одночасно ввімкнених вентиляторів продуктивність в окремій вітці системи зменшується.

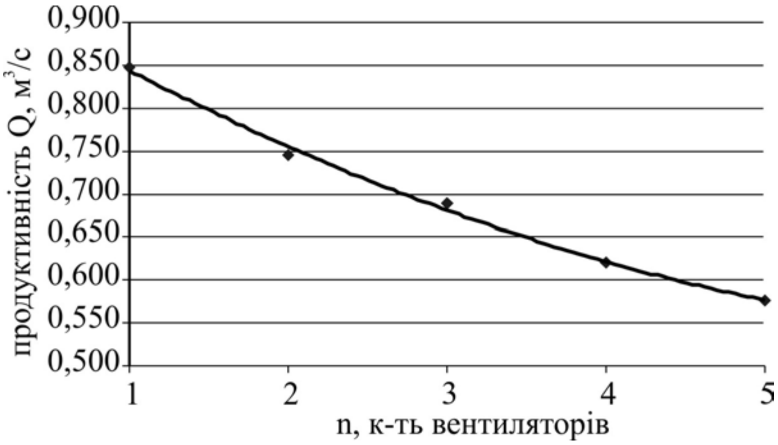

Рис. 4. Залежність продуктивності у кожній вітці системи залежно від кількості ввімкнених вентиляторів

Знаючи витрати запиленого потоку повітря за одиницю часу, можна визначити середню швидкість його руху в круглій трубі

$$W_{cp} = \frac{Q}{A} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu l \pi R^4} = \frac{R^2 \Delta p}{8\mu l} = \frac{W_{\max}}{2}. \qquad (14)$$

Зазначимо, що знаючи розподіл швидкостей потоку запиленого повітря в трубопроводі ДАС з АВ, можна визначити компоненти тензора швидкостей деформації, і на цій основі встановити тиск на стінки труби та деякі інші характеристики системи залежно від кількості працюючих вентиляторів.

Література

1. Лойцянський Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянський. – М. : Изд-во "Наука", 1978. – 736 с.

2. Тайлев В.Н. Аэродинамика вентиляции : учебн. пособ. [для студ. ВУЗ] / В.Н. Тайлев. – М. : Стройиздат, 1979. – 295 с.

Клымаш Р.Р., Шостак В.В., Тисовский Л.О., Дорундяк Л.М., Ляшеньк А.В. **Исследование поля скоростей запыленного потока воздуха в трубопроводе децентрализующей аспирационной системы**

Построена полная система уравнений движения запыленного воздуха в трубопроводе децентрализующей аспирационной с автономными вентиляторами. Получены выражения для определения поля скоростей запыленного потока воздуха. Выполнен числовой анализ задачи.

***Klymash R.R., Shostak V.V., Tysovskyj L.O., Dorundiak L.M., Liashenyk A.V.* Research of the field of speeds of dust-laden blast in pipeline of decentralizing aspiration system**

The complete system of equalizations motion of dust-laden air is built in the pipeline of decentralizing aspiration system with autonomous ventilators. Expressions are got for determination of the field speeds dusted blast. The numerical analysis of task is conducted.

УДК 621.39

Проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук; асист. В.М. Шиманський – НЛТУ України, м. Львів

ДВОВИМІРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ У КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛАХ ІЗ ФРАКТАЛЬНОЮ СТРУКТУРОЮ

Розглянуто математичну модель вологоперенесення у капілярно-пористих матеріалах із фрактальною структурою, що описується диференціальним рівнянням у частинних похідних із дробовим порядком. Різницевим методом отримано чисельний розв'язок задачі для різних значень дробової похідної.

Актуальність досліджень. На сьогодні актуальною є наукова задача створення адекватних математичних моделей нерівноважних фізичних процесів. Особливо це важливо, коли йдеться про системи із фрактальною структурою. Адже для опису властивостей систем із фрактальною структурою не можна використовувати уявлення евклідової геометрії. Тут необхідно залучити представлення геометрії дробової розмірності. Особливість фізичних систем із фрактальною структурою полягає в тому, що для них істотні такі властивості, як: "пам'ять", складна природа просторових кореляцій та ефекти самоорганізації. Створення адекватних математичних моделей для систем, у яких проявляються властивості самоорганізації, детермінованого хаосу також потребує залучення нетрадиційних підходів, заснованих на застосуванні математичного апарату диференціальних рівнянь дробового порядку.

Розвиток прикладних аспектів математичного апарату інтегро-диференціювання дробового порядку викликає інтерес не тільки щодо створення адекватних математичних моделей для вирішення практичних завдань, але і стосовно розвитку самого математичного апарату інтегро-диференціювання дробового порядку.

На відміну від традиційного підходу, коли для кількісного опису досліджуваного явища використовувалися відповідні рівняння, що мають заданий клас розв'язків, застосування апарату інтегро-диференціювання дробової розмірності дає змогу використовувати однопараметричний континіум диференціальних рівнянь. Це принципово змінює підхід до аналізу експериментальних даних, дозволяючи використовувати новий параметр, який є дробовим показником похідної. Фрактальний підхід вносить новий рівень розуміння динаміки співвідношення обігових і необігових процесів, в основі яких лежать самоорганізація та врахування ефектів "пам'яті".

Застосування апарату диференціальних рівнянь дробового порядку дає змогу глибше зрозуміти відомі результати й отримати новий клас рішень, а також охопити широке коло завдань, які раніше не пояснювалися з позицій